Mikro II: Oligopol

Jacek Suda (slajdy: Krzysztof Makarski)

Wstęp

- Główny obszar zainteresowania to porównanie cen, ilości oraz efektywności poszczególnych struktur rynkowych.
- Poznaliśmy zachowanie gałęzi działających w innych strukturach rynkowych:
  - doskonała konkurencja
  - monopol
  - konkurencja monopolistyczna
- Teraz czas na oligopol.

Wybór strategii.

Klasyfikacja:

- brak zmowy
  - gra sekwencyjna
    - przywództwo ilościowe - Stackelberg
    - przywództwo cenowe - pominięte
  - gra jednoczesna
    - ustalanie produkcji - Cournot
    - ustalanie ceny - Bertrand
- zmowa

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). I

- Lider ustala wielkość produkcji przed naśladowcą, naśladowca wybierając swoją wielkość produkcji y_2 zna wielkość produkcji lidera y_1 - asymetria. Naśladowca po zaobserwowaniu wielkości produkcji lidera wybiera swoją produkcję, kieruje się maksymalizacją zysku. **Problem naśladowcy**:

$$\max_{y_2}[p(y_1 + y_2)y_2 - c(y_2)]$$

Rozwiązanie tego problemu daje funkcję reakcji naśladowcy $y_2 = R_2(y_1)$. Patrz Rysunek 27.1

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). II

- Ponieważ lider może sobie też rozwiązać problem naśladowcy, to zna funkcję reakcji naśladowcy. Znając ją bierze tą wiedzę pod uwagę maksymalizując zysk. **Problem przywódcy (lidera)**

$$\max_{y_1}[p(y_1 + \underset{\substack{\shortparallel \\ y_2}}{R_2(y_1)})y_1 - c(y_1)]$$

  Rozwiązanie tego problemu daje nam wielkość produkcji lidera y_1, co razem z funkcją reakcji daje wielkość produkcji naśladowcy y_2 i łatwo też policzyć cenę i zyski. Zauważ, że w równowaga składa się ze strategii dla obydwu graczy (a nie ich akcji). Czym różni się strategia od akcji. Strategia musi przewidywać jakie akcje gracze powinni podjąć w każdym możliwym stanie świata, który może wystąpić w trakcie gry. Ponieważ lider rusza się pierwszy jego strategia to po prostu wybór wielkości produkcji, natomiast

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). III

ponieważ naśladowca rusza się drugi to jego strategia musi uwzględniać każdą możliwą decyzję lidera (stan świata) a zatem strategia naśladowcy jest funkcją (tutaj nazwaną funkcją reakcji).

Definicja.

Równowaga Stackelberga składa się ze strategii dla lidera y_L oraz strategii dla naśladowcy $R_N(y_L)$, spełniających
(i) y_L rozwiązuje problem lidera.
(ii) $y_N = R_N(y_L)$ rozwiązuje problem naśladowcy dla każdego y_L.

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). IV

- Interpretacja graficzna. Jeżeli mamy liniowy popyt (i przyjmiemy dla wygody, że zyski są zero), wówczas problem naśladowcy przyjmuje postać

$$\begin{aligned}\pi_2(y_1, y_2) &= [a - b(y_1 + y_2)]y_2 \\ &= ay_2 - by_1y_2 - by_2^2\end{aligned}$$

a funkcja reakcji ma postać (po wyliczeniu pochodnej ze względu na y_2):

$$y_2 = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}y_1$$

Patrz Rysunek 27.1

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). V

- Podobnie lider (firma 1) rozwiązuje

$$\begin{aligned} \pi_1(y_1) &= [a - b(y_1 + R_2(y_1))]y_1 \\ &= ay_1 - by_1^2 - by_1y_2 \end{aligned}$$

Podstawiając pod $R_2(y_1)$ otrzymujemy

$$\begin{aligned} \pi_1(y_1) &= [a - b(y_1 + \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}y_1)]y_1 \\ &= [a - b(\frac{1}{2}y_1 + \frac{a}{2b})]y_1 \\ &= ay_1 - \frac{b}{2}y_1^2 - \frac{a}{2}y_1 \\ &= \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2 \end{aligned}$$

Przywództwo ilościowe (model Stackelberga). VI

aby znaleźć wielkość produkcji maksymalizującą zysk policzymy pochodną ze względu na y_1 :

$$\frac{a}{2} - by_1 = 0$$

rozwiązując ze względu na y_1 otrzymujemy

$$y_1 = \frac{a}{2b}$$

- Równowaga Stackelberga: strategia firmy 1 $y_1 = \frac{a}{2b}$ oraz strategia firmy 2 $y_2 = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}y_1$. Patrz Rysunek 27.2

Rysunek: Funkcja reakcji oraz linie jednakowego zysku.

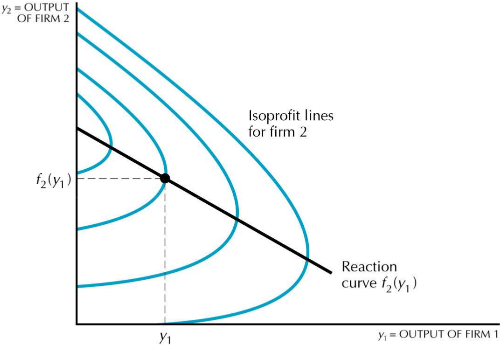

FIGURE 27.1 Derivation of a reaction curve

powrót powrót

Rysunek: Równowaga Stackelberga i Cournot.

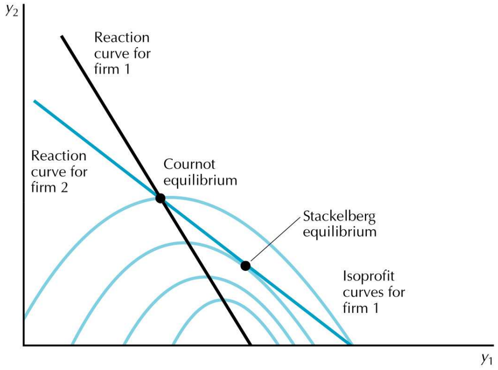

FIGURE 27.2 Stackelberg equilibrium

powrót powrót

Jednoczesne ustalanie ilości (model Cournot). I

- Każda firma ustala wielkość swojej produkcji przy danym przypuszczeniu (jest to przypyszczenie a nie wiedza) co do wielkości produkcji drugiej firmy. Niech y_1 będzie wyborem firmy 1 a y_2^e niech będzie przypuszczeniem [1] (z ang. belief) firmy 1 co do wielkości produkcji firmy 2. Firma 1 w oparciu o swoje przypuszczenie co do wielkości produkcji firmy 2, rozwiązuje problem

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1)$$

Rozwiązanie tego problemu daje nam funkcję reakcji firmy 1: $y_1 = R_1(y_2^e)$. Podobnie wygląda problem firmy 2

$$\max_{y_2} p(y_1^e + y_2)y_2 - c(y_2)$$

którego rozwiązanie daje nam funkcję reakcji firmy 2: $y_2 = R_2(y_1^e)$.

Jednoczesne ustalanie ilości (model Cournot). II

Definicja.

Równowaga Cournot składa się ze strategii dla każdej firmy (y_1, y_2), gdzie y_i, $i \in \{1, 2\}$, maksymalizuje zysk firmy i przy danej produkcji firmy j (drugiej firmy).

- Zatem w równowadze musi zachodzić

$$\begin{aligned} y_1 &= R_1(y_2) \\ y_2 &= R_2(y_1) \end{aligned}$$

Jednoczesne ustalanie ilości (model Cournot). III

- Interpretacja graficzna. Jeżeli mamy liniowy popyt (i przyjmiemy dla wygody, że koszty są zero), wówczas firma 2 rozwiązuje

$$\begin{aligned} \pi_2(y_1, y_2) &= [a - b(y_1 + y_2)]y_2 \\ &= ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 \end{aligned}$$

a funkcja reakcji ma postać (po wyliczeniu pochodnej ze względu na y_2):

$$a - by_1 - 2by_2 = 0$$

$$y_2 = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}y_1$$

a linia jednakowego zysku jest dana równaniem

$$ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 - \bar{\pi}_2 = 0$$

Patrz ▸ Rysunek 27.1

Jednoczesne ustalanie ilości (model Cournot). IV

- Podobnie firma 1 rozwiązuje

$$\begin{aligned} \pi_1(y_1, y_2) &= [a - b(y_1 + y_2)]y_1 \\ &= ay_1 - by_1^2 - by_1 y_2 \end{aligned}$$

a funkcja reakcji ma postać (po wyliczeniu pochodnej ze względu na y_1):

$$a - 2by_1 - by_2 = 0$$

$$y_1 = \frac{a}{2b} - \frac{1}{2}y_2$$

- Patrz Rysunek 24.2

[1] W podręczniku jest to tłumaczone jako oczekiwanie, niestety nie jest to dobre tłumaczenie. W języku angielskim używa się teorio growo pojęcia belief, a nie expectation. Zatem należy w polskim też rozróżniać pomiędzy przypuszczeniem a oczekiwaniem. Są to inne pojęcia, chociaż wydają się podobne.

Wiele firm w warunkach równowagi Cournot. I

- Porównanie doskonałej konkurencji, oligopolu i monopolu.
- Przypuśćmy, że mamy n jednorodnych firm w danej gałęzi, wówczas $Y = y_1 + y_2 + ... + y_n$. Wraz ze wzrostem ilości firm marża spada i w nieskończoności jest równa kosztowi krańcowemu. Wiemy, że w

Wiele firm w warunkach równowagi Cournot. II

optimum $MR = MC$. W warunkach gry Cournot przychód firmy $i = 1, 2, .., n$, $R_i = p(Y)y_i = p(y_1 + ... + y_i + .. + y_n)y_i$. Wówczas

$$\begin{aligned}
MR &= p'(y_1 + ..y_i + ... + y_n)y_i + p(y_1 + ..y_i + ... + y_n) \\
&= p(Y) + p'(Y)y_i \\
&= p(Y) + \frac{dp}{dY}y_i \\
&= p(Y)\left[1 + \frac{1}{p(Y)}\frac{dp}{dY}y_i\frac{Y}{Y}\right] \\
&= p(Y)\left[1 - \frac{\frac{y_i}{Y}}{-\frac{dY}{dp}\frac{p}{Y}}\right] \\
&= p(Y)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon_p|}\right]
\end{aligned}$$

Wiele firm w warunkach równowagi Cournot. III

gdzie $s_i = \frac{y_i}{Y}$ – udział firmy i w rynku, $|\varepsilon_p|$ – elastyczność cenowa popytu. Podstawiając do warunku $MR = MC$

$$p(Y)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon_p|}\right] = MC$$

- Jeżeli na rynku działa jedna firma $s_i = 1$, wówczas ten warunek tak samo jak monopolisty. Wraz ze wzrostem liczby firm s_i maleje zatem marża firmy i $\mu_i = \frac{1}{\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon_p|}\right]}$ maleje i ponieważ $s_i \underset{n\to\infty}{\to} 0$ to $\mu_i \underset{n\to\infty}{\to} 1$. Zatem równowaga Cournot sytuuje się pomiędzy doskonałą konkurencją a monopolem. Ponadto oligopol w sytuacji zarówno równowagi Cournot jak i Stackelberga jest nieoptymalny.
- Obserwacja: Zauważ, że jeżeli mamy dużą liczbę firm (w sytuacji gry Cournot) to równowaga doskonale konkurencyjna jest bliskim przybliżeniem zachowania na tym rynku.

Jednoczesne ustalanie ceny (model Bertranda). I

- W poprzednim modelu ustaliliśmy, że firmy konkurują ilościowo. Tutaj przyjmiemy rozważymy podobną sytuację gdy firmy konkurują cenowo. Dla uproszczenia koszty krańcowe są stałe i takie same we wszystkich firmach $MC = c$, a koszty stałe wynoszą zero $FC = 0$.

Definicja.

Równowaga Bertranda składa się ze strategii dla każdej firmy (p_1, p_2), gdzie y_i, $i \in \{1, 2\}$, maksymalizuje zysk firmy i przy danej cenie firmy j (drugiej firmy).

Jednoczesne ustalanie ceny (model Bertranda). II

- Równowaga $p_i = c$. Skąd ten wynik, przypuśćmy, że firma 2 ustala cenę na poziomie $p_2 > c$. Wówczas jest optymalnym dla firmy 1 ustalić cenę $p_1 = p_2 - \varepsilon$, gdzie ε jest dowolnie małą liczbą, wówczas firma 1 przejmuje cały popyt. Firmy będą tak sobie nawzajem obniżać ceny, aż dojdą do $p_i = MC$, gdy obniżenie ceny poniżej MC oznacza ujemne zyski.
- W równowadze Bertranda otrzymujemy tą samą wielkość produkcji i cenę jak w doskonałej konkurencji. Alokacja w równowadze Bertranda jest Pareto efektywna.

Zmowa. I

- Firmy operujące na danym rynku zmawiają się i podejmują wspólnie decyzję ile produkować tak aby zmaksymalizować wspólne zyski.
- Problem maksymalizacji zysku ma postać

$$\max_{(y_1, y_2)} p(y_1 + y_2)(y_1 + y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$$

- Niech y_i^K oznacza produkcje firmy i w warunkach kartelu, wówczas zyski obydwu firm wynoszą

$$\begin{aligned} \pi_1^K(y_1^K, y_2^K) &= p(y_1^K + y_2^K)y_1 - c_1(y_1^K) \\ \pi_2^K(y_1^K, y_2^K) &= p(y_1^K + y_2^K)y_2^K - c_2(y_2^K) \end{aligned}$$

Zmowa. II

gdzie π_i^K – zyski firmy i w warunkach kartelu. Rozwiązując problem maksymalizacji zysku kartelu otrzymujemy (liczymy pochodne po y_1 i y_2)

$$p'(y_1 + y_2)(y_1 + y_2) + p(y_1 + y_2) = MC_1(y_1) \qquad (27.1)$$
$$p'(y_1 + y_2)(y_1 + y_2) + p(y_1 + y_2) = MC_2(y_2) \qquad (27.2)$$

- Zauważ, że w sytuacji zmowy kartelowej pojawia się pokusa odejścia od niej. Przyjmijmy (bez utraty ogólności), że firma 1 trzyma się umowy a firma 2 rozważa czy powinna się trzymać umowy czy zdewiować. Wówczas

$$\pi_2(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2)$$

Zmowa. III

zatem przy ustalonym $y_1 = y_1^K$

$$\frac{\partial \pi_2(y_1^K, y_2)}{y_2} = p'(y_1 + y_2)y_2 + p(y_1 + y_2) - MC_2(y_2)$$

ponieważ, chcemy policzyć czy opłaca się firmie 2 zdewiować z produkcji w warunkach kartelu y_2^K obliczymy wartość tej pochodnej w punkcie (y_1^K, y_2^K):

$$\frac{\partial \pi_2(y_1^K, y_2^K)}{y_2} = p'(y_1^K + y_2^K)y_2^K + p(y_1^K + y_2^K) - MC_2(y_2^K)$$

Zmowa. IV

- Podstawiając z (27.2) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_2(y_1^K, y_2^K)}{y_2} &= p'(y_1^K + y_2^K)(y_2^K + y_1^K - y_1^K) + p(y_1^K + y_2^K) - MC_2(y_2^K) \\ &= p'(y_1^K + y_2^K)(y_2^K + y_1^K) + p(y_1^K + y_2^K) - MC_2(y_2^K) \\ &- p'(y_1^K + y_2^K)y_1^K \\ &= -p'(y_1^K + y_2^K)y_1^K > 0\end{aligned}$$

  (zauważ $p'(\cdot) < 0$).
- Zatem zwiększając produkcję ponad poziom wyznaczony przez kartel każda firma zwiększa swój zysk.

Strategie Kar I

- Ponieważ firmy mają bodźce do wyłamywania się z umowy kartelowej potrzebna jest strategia kar. Potrzebujemy wówczas gry powtarzalnej (czyli przyszłości).
- Rozważmy duopol złożony z dwóch identycznych firm.
- Niech π_m będzie zyskiem gdy obie firmy trzymają się umowy, a π_c zyskiem Cournot, zauważ $\pi_m > \pi_c$. Rozważmy strategię: "Trzymam się umowy w okresie 0, jeżeli do momentu t (włącznie) trzymałeś się umowy to w okresie $t+1$ też trzymam się umowy, jeżeli do momentu t kiedykolwiek złamałeś umowę to ja cię karzę produkując na poziomie Cournot". Niech $\frac{1}{1+r}$ będzie dyskontem czasowym

Strategie Kar II

zysku (a $r-$ stopą procentową). Wówczas wartość obecna wypłat z powyższej strategii wynosi

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{1+r} + \frac{\pi_m}{(1+r)^2} + \ldots = \pi_m + \frac{\frac{\pi_m}{1+r}}{1 - \frac{1}{1+r}} = \pi_m + \frac{\frac{\pi_m}{1+r}}{\frac{1+r-1}{1+r}} = \pi_m + \frac{\pi_m}{r}$$

- Natomiast wartość obecna z dewiacji z powyższej strategii (niech π_d oznacza zysk gdy dewiującej firmy gdy druga firma trzyma się umowy, zauważ $\pi_d > \pi_m$) wynosi

$$\pi_d + \frac{\pi_c}{1+r} + \frac{\pi_c}{(1+r)^2} + \ldots = \pi_d + \frac{\pi_c}{r}$$

Strategie Kar III

- Kiedy dewiacja się nie opłaca? Gdy

$$\pi_d + \frac{\pi_c}{r} < \pi_m + \frac{\pi_m}{r}$$

co po przekształceniach daje

$$r < \frac{\pi_m - \pi_c}{\pi_d - \pi_m}$$

- Czyli dewiacja się nie opłaca jeżeli r jest wystarczająco małe, czyli $\frac{1}{1+r}$ wystarczająco duże co oznacza, że wystarczająco dużo liczymy się z przyszłością. Zatem z powyższą strategią kar kartel może okazać się stabilny. Inne podobne strategie, które dają podobny wynik, to karanie przez krótszy okres np. 1 okres lub kilka okresów.

Porównanie rozwiązań.

Bertrand produkuje tyle co konkurencja doskonała (i jest efektywny), oligopol produkuje pomiędzy doskonałą konkurencją a monopolem. Monopol produkuje najmniej i najdrożej.

Podsumowanie.

- Różne typy oligopolu (Cournot, Stackelberg, Bertrand)
- Różne struktury dają różne ceny i produkcji.
- Mieści się pomiędzy doskonałą konkurencją a monopolem.
- Lektura: Varian, rozdział 27. bez 27.3-4

Pytania sprawdzające I

- Zdefiniuj równowagę Cournot dla przypadku dwóch firm. Zapisz problem obydwu firm dla liniowej funkcji popytu i zerowych kosztów. Zilustruj równowagę na rysunku.
- Zdefiniuj równowagę Stackelberga dla przypadku dwóch firm. Zapisz problem naśladowcy i lidera dla liniowej funkcji popytu i zerowych kosztów. Zilustruj równowagę na rysunku.
- Zdefiniuj równowagę Betranda dla przypadku dwóch firm, które maja stały i taką samą funkcję kosztów (zerowe koszty stałe i koszt krańcowy równy c). Znajdź równowagę, wyjaśnij mechanizm dojścia do tej równowagi. Czy alokacja w równowadze Betranda jest efektywna?

Pytania sprawdzające II

- Wyjaśnij czy możliwa jest zmowa w modelu jednookresowym, wytłumacz intuicyjnie? A w modelu z nieskończonym horyzontem czasowym?
- Scharakteryzuj sytuację rynkową w modelu Cournot względem monopolu i doskonałej konkurencji. Jak wygląda sytuacja w przypadku zawiązania kartelu.