Mikro II: Technologia, Maksymalizacja zysku i Minimalizacja kosztów.

Jacek Suda (slajdy: Krzysztof Makarski)

Wstęp

- Przypomnijmy:
  - Teoria konsumenta.
  - w szczególności krzywa popytu.
- Teraz krzywa podaży (analogicznie).
- Najpierw technologia (analogia do preferencji).

Nakłady i wyniki.

- Zarówno nakłady (czynniki produkcji) jak i wynik produkcji (produkt) są strumieniami.

Opisywanie ograniczeń technicznych.

- Zbiór produkcyjny - zbiór takich kombinacji nakładów i wyników, które obejmują technicznie wykonalne sposoby produkcji. Patrz Rysunek 18.1
- Funkcja produkcji - brzeg zbioru produkcyjnego (mierzy maksymalny, możliwy produkt przy danych nakładach).
- W przypadku dwu czynników produkcji wygodnym sposobem opisywania funkcji produkcji są izokwanty.
    - Izokwanty - takie kombinacje nakładów które dają ten sam poziom produktu. Izokwanty są podobne do krzywych obojętności.
    - Pamiętaj jednak że poziom produkcji (np. 5 par butów) w odróżnieniu od poziomu użyteczności (np. 5 utyli) ma interpretację ekonomiczną (zatem nie można stosować monotonicznych transformacji w odniesieniu do funkcji produkcji).

Rysunek: Zbiór produkcyjny.

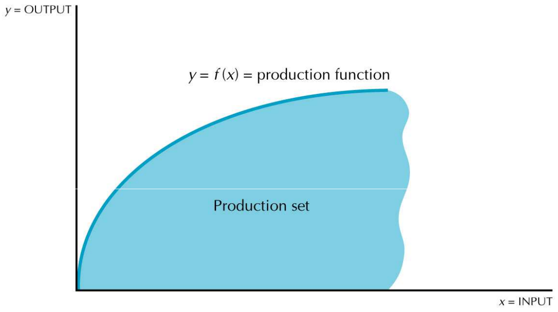

FIGURE 18.1 A production set

Przykłady technologii.

- stałe proporcje - jeden człowiek, jedna łopata $y = \min\{x_1, x_2\}$. Patrz ▸ Rysunek 18.2
- substytuty doskonałe - czerwony i czarny ołówek. Patrz ▸ Rysunek 18.3
- Cobb-Douglas - $y = Ax_1^a x_2^b$.

Rysunek: Stałe proporcje.

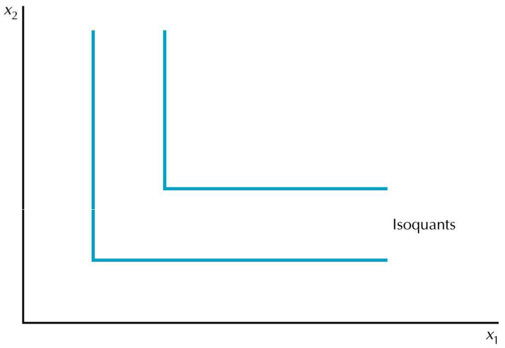

FIGURE 18.2 **Fixed proportions**

Intermediate Microeconomics, 7th Edition

powrót

Rysunek: Doskonałe substytuty.

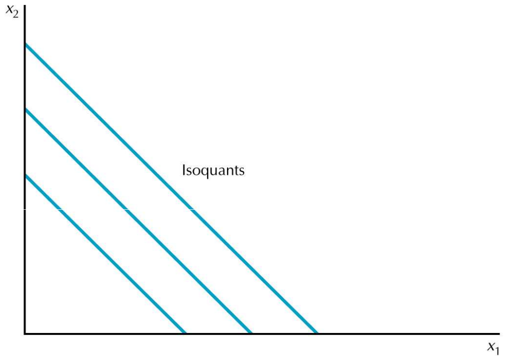

FIGURE 18.3 Perfect substitutes

powrót

Własności technologii (założenia)

- Monotoniczność - więcej nakładów nie wyprodukuje mniej produktu (lub inaczej własność swobodnego dysponowania). Mówimy, że funkcja produkcji $f(x)$ jest monotoniczna, jeżeli dla każdego $x^1 = (x_1^1, x_2^1, ..., x_n^1)$ i $x^2 = (x_1^2, x_2^2, ..., x_n^2)$, $x^1 \geq x^2$, wówczas $f(x^1) \geq f(x^2)$.
- Wypukłość - średnie produkują nie mniej niż ekstrema (dla dowolnych dwóch metod wytwarzania wytwarzających taki sam produkt, ich kombinacja nie wyprodukuje mniej). Mówimy, że funkcja produkcji $f(x)$ jest wypukła, jeżeli dla każdego $x^1 = (x_1^1, x_2^1, ..., x_n^1)$ i $x^2 = (x_1^2, x_2^2, ..., x_n^2)$, $f(x^1) = f(x^2)$, wówczas dla każdego $\lambda \in [0, 1]$, $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \geq f(x^1)$. Patrz Rysunek 18.4
- Mówimy, że funkcja produkcji $f(x)$ jest ściśle wypukła (średnie produkują więcej niż ekstrema), jeżeli dla każdego $x^1 = (x_1^1, x_2^1, ..., x_n^1)$ i $x^2 = (x_1^2, x_2^2, ..., x_n^2)$, $f(x^1) = f(x^2)$, wówczas dla każdego $\lambda \in (0, 1)$, $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) > f(x^1)$.

Rysunek: Wypukłość.

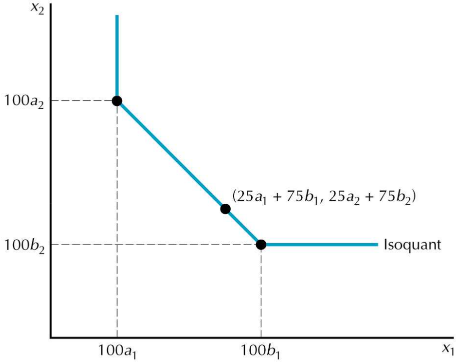

FIGURE 18.4 Convexity

Intermediate Microeconomics, 7th Edition

powrót

Produkt krańcowy.

- Niech $f(x_1, x_2)$ będzie funkcją produkcji, MP_1 mówi ile dodatkowych jednostek produktu zostanie wyprodukowanych po zwiększeniu nakładu czynnika 1 o jednostkę (przy niezmienionym nakładzie czynnika 2).
- Aby policzyć wystarczy policzyć pochodną

$$\begin{aligned} MP_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ MP_2 &= f_2(x_1, x_2) \end{aligned}$$

Techniczna stopa substytucji.

- Techniczna stopa substytucji
  - odpowiednik krańcowej stopy substytucji
  - formuła
$$TRS = -\frac{MP_1}{MP_2}$$
  - interpretacja

Prawo malejącej krańcowej produkcyjności.

- Zwiększanie nakładu czynnika zwiększa produkt, ale te przyrosty są malejące. Patrz Rysunek 18.5
- Nazywamy to prawem malejącego krańcowego produktu.

Rysunek: Funkcja produkcji.

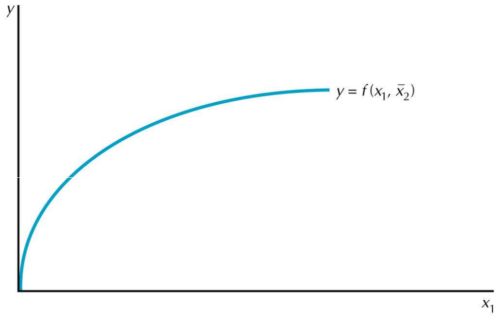

FIGURE 18.5 Production function

powrót

Długi i krótki okres.

- Wszystkie czynniki zmienne - długi okres.
- Niektóre czynniki stałe - krótki okres.

Korzyści skali.

- Mówimy, że funkcja produkcji spełnia
  - stałe korzyści skali, jeżeli dla każdego $\lambda > 0$, $f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^1 f(x_1, x_2)$
  - rosnące korzyści skali, jeżeli dla każdego $\lambda > 0$, $f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^a f(x_1, x_2)$ i $a > 1$.
  - malejące korzyści skali, jeżeli dla każdego $\lambda > 0$, $f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^a f(x_1, x_2)$ i $a < 1$.

Przykład.

1. Miluchna uprawia róże. Jeżeli L oznacza ilość godzin pracy którą ona wykonuje, a T obszar ziemi pod uprawę, to jej produkcja dana jest wzorem $f(L, T) = L^{0,5}T^{0,5}$ kwiatów róży.
   (a) Narysuj izokwantę reprezentującą 4 kwiaty róży.
   (b) Znajdź TRS w punkcie $(4, 4)$.
   (c) Jakie korzyści skali cechują tę funkcję produkcji?
   (d) W krótkim okresie ilość ziemi jest stała. Narysuj krzywą pokazującą produkcję Miluchny w zależności od jej wkładu pracy, jeżeli dysponuje ona 1 jednostką ziemi. Jak nazywamy w ekonomii nachylenie tej krzywej? Czy krzywa ta staje się bardziej czy mniej stroma wraz ze wzrostem ilości pracy?
   (e) Narysuj wykres pokazujący krańcowy produkt pracy.
   (f) Przypuśćmy, że ziemia pod uprawę rośnie do 4. Na rysunku do (d) narysuj nową funkcję produkcji, a na rysunku do (e) nowy krańcowy produkt pracy.

Podsumowanie.

- Technologia opisana za pomocą funkcji produkcji (podobnie jak funkcja użyteczności opisuje preferencje).
- Własności (monotoniczność, wypukłość oraz korzyści skali).
- Prawo malejącej krańcowej produktywności.
- TRS oraz krańcowe produktywności.
- Lektura: Varian, rozdział 18, bez 18.8.

Wstęp

- Zaczęliśmy od technologii.
- Następny krok (opisu działania) co jest celem firmy.
- Co z tego celu wynika.
- Na końcu funkcja podaży.

.

Co jest celem firmy?

- W ekonomii przyjmuje się, że celem firmy jest to co ich właściciele chcieliby żeby firma robiła.
- Przy bardzo ogólnych warunkach sprowadza się to do maksymalizacji wartości firmy.
- Przy trochę mocniejszych warunkach, sprowadza się to do maksymalizacji zysku.

Zyski.

- Zyski są zdefiniowane jako przychody minus koszty.

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

- Wszystkie czynniki produkcji powinny być uwzględnione według ich cen rynkowych (nawet jeżeli nie jest kupowane na rynku)
- Dlaczego? Bo może być sprzedane na rynku, zatem wykorzystywanie w produkcji a nie gdzieś indziej jest kosztem utraconych możliwości. (np. wkład pracy właściciela firmy).
- Składniki zysku (koszty i przychody) są mierzone strumieniami.

Organizacja przedsiębiorstw.

- Przedsiębiorstwa indywidualne - jeden właściciel.
- Spółka - kilku właścicieli.
- Korporacja - wielu właścicieli.

.

Zyski i wartość rynkowa akcji.

- Maksymalizowanie wartości rynkowej firmy jest dobrze zdefiniowanym obiektem przy bardzo słabych założeniach. Oznacza to, że jest to bardzo ogólny rezultat. Ponadto maksymalizacja wartości firmy jest zgodne z interesem właścicieli firmy.
- W świecie bez niepewności, wartości firmy jest równa dzisiejszej wartości przyszłych zysków, co powoduje, że maksymalizacja wartości firmy jest równoważne maksymalizacji wartości dzisiejszej zysków.
- Problemy pojawiają się w świecie z niepewnością.
- Mimo to ograniczymy nasze analizy do prostszego problemu maksymalizacji zysku.

.

Czynniki stałe i zmienne.

- czynniki stałe - wielkość zatrudnienia czynnika nie może być zmieniona (np. fabryka lub sprzęt)
- quasi-stałe czynniki - można je wyeliminować tylko jeżeli produkuje się zero (reklama, elektryczność, ogrzewanie, itp.).
- czynniki zmienne - można dowolnie wybierać ich wielkość.

Krótkookresowa maksymalizacja zysku.

- Analitycznie można zapisać

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

- warunek optymalności: wartościowy produkt krańcowy równa się wynagrodzeniu czynnika.

$$\begin{aligned} pf'(x_1, \bar{x}_2) &= w_1 \\ pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) &= w_1 \end{aligned}$$

Rysunek: Maksymalizacja zysku w krótkim okresie.

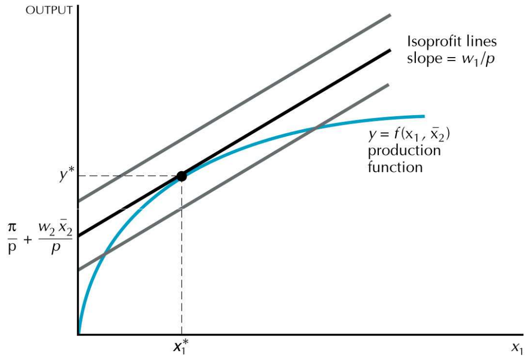

FIGURE 19.1 Profit maximization

Intermediate Microeconomics, 7th Edition

Maksymalizacja zysku w długim okresie.

- Analitycznie można zapisać

$$\max_{(x_1, x_2)} pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

- warunki optymalności

$$\begin{aligned} pf_1(x_1^*, x_2^*) &= w_1 \\ pf_2(x_1^*, x_2^*) &= w_2 \end{aligned}$$

lub inaczej

$$\begin{aligned} pMP_1(x_1^*, x_2^*) &= w_1 \\ pMP_2(x_1^*, x_2^*) &= w_2 \end{aligned}$$

Przykład.

1. Rozważmy przedsiębiorstwo wykorzystujące jeden czynnik produkcji x do produkcji y. Proces produkcyjny opisany jest następującą funkcją produkcji $f(x) = 16\sqrt{x}$. Produkt kosztuje 100 zł, a czynnik produkcji 100 zł.
   (a) Zapisz problem maksymalizacji zysku.
   (b) Znajdź wielkości y, x maksymalizujące zysk. Ile będzie wynosił zysk w optimum? Pokaż na wykresie.

Maksymalizacja zysku i korzyści skali.

- Stałe korzyści implikują, że długoterminowe zyski wynoszą zero. Gdyby były dodatnie wówczas firmy wybierając nieskończoną produkcję osiągnęłyby niekończone zyski.
- Niemniej fakt, że zyski wynoszą zero nie oznacza, że czynniki produkcji nie są wynagradzane (w tym kapitał).
- Rosnące korzyści skali i model doskonale konkurencyjny nie dają się pogodzić.

Minimalizacja kosztów.

- Aby rozwiązać problem maksymalizacji zysku, z wielu względów, wygodne jest podzielenie problemu na dwa etapy.
  - W pierwszym etapie rozwiązujemy problem minimalizacji kosztów, co pozwala znaleźć funkcję kosztów $c(y)$.
  - Natomiast w etapie drugim rozwiązujemy (uproszczony, bo uwzględniający funkcję kosztów $c(y)$ wyprowadzoną w problemie minimalizacji kosztów) problem maksymalizacji zysku.

.

Podsumowanie.

- Cel firmy (zysk i wartość firmy)
- Maksymalizacja zysków w krótkim okresie.
- Maksymalizacja zysków w długim okresie.
- Dwustopniowe rozwiązanie problemu maksymalizacji zysków.
- Lektura: Varian, rozdział 19, bez 19.6, 19.8 i 19.10.

Wstęp

- Celem jest wyprowadzenie funkcji podaży i jej własności.
- Otrzymamy także funkcję popytu na czynniki produkcji.
- Funkcję podaży wyprowadzamy z decyzji maksymalizujących zysk firm.
- Problem maksymalizacji zysku rozwiązujemy dwustopniowo.
  - Krok 1: Minimalizacja kosztów (wyprowadzenie funkcji kosztów $c(y)$)
  - Krok 2: Maksymalizacja zysków przy użyciu funkcji kosztów $c(y)$.

.

Przykład

1. Firma genealogiczna "Korzenie" produkuje korzystając z jednego produktu. Funkcja produkcji $f(x) = \sqrt{x}$.
   (a) Ile jednostek x jest potrzebnych do wyprodukowania y jednostek produktu. Jeżeli $w = 10$ ile będzie kosztowało wyprodukowanie 10 jednostek produkcji?
   (b) Jeżeli $w = 10$ ile będzie kosztowało wyprodukowanie y jednostek produkcji?
   (c) Znajdź funkcję kosztów $c(y)$.
   (d) Znajdź koszt przeciętny $AC(y) = \frac{c(y)}{y.}$. Jakie korzyści skali cechują funkcję produkcji?

.

Minimalizacja kosztów.

- Celem problemu minimalizacji kosztów jest otrzymanie funkcji kosztów $c(y)$ opisującej ile będzie kosztować wyprodukowanie y jednostek produktu w najtańczy możliwy sposób.
- Problem minimalizacji kosztów ma postać:

$$c(y) = \min_{(x_1, x_2)} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{p.w. } f(x_1, x_2) = y$$

- Graficznie. Patrz Rysunek 20.1
- Warunek na minimalizację kosztów

$$-\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)} = TRS(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2} \tag{20.1}$$

  Wyprowadzenie tego warunku na ćwiczeniach.
- Przykłady dla funkcji produkcji $f(x_1; x_2) = \min\{x_1, x_2\}$, wówczas $c(w_1, w_2, y) = (w_1 + w_2)y$.
- Funkcja produkcji Cobba-Douglasa na ćwiczeniach.

Rysunek: Minimalizacja kosztów.

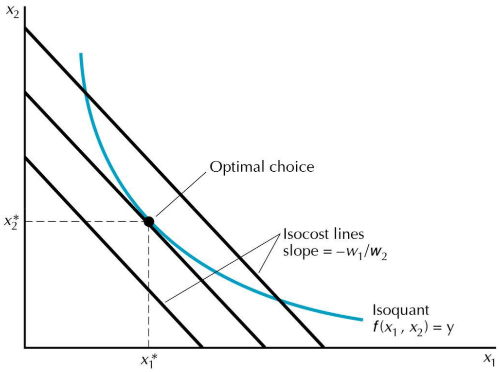

FIGURE 20.1 Cost minimization

Intermediate Microeconomics, 7th Edition

▸ powrót

Korzyści skali i funkcja kosztów.

- Rosnące korzyści skali generują malejące koszty przeciętne (AC)
- Stałe korzyści skali generują stałe koszty przeciętne (AC)
- Malejące korzyści skali generują rosnące koszty przeciętne (AC)

Koszty długookresowe i krótkookresowe.

- Długi okres: wszystkie nakłady zmienne
- Krótki okres: niektóre nakłady stałe

Koszty utopione.

- Koszy utopione - koszty które już zostały poniesione i nie mogą być odzyskane.

Podsumowanie.

- Minimalizacja kosztów.
- Warunek optymalności (minimalizujący koszty) $TRS = -\frac{w_1}{w_2}$
- Korzyści skali a funkcja kosztów.
- Krótki i długi okres.
- Lektura: Varian, rozdział 20, bez 20.2.